Towards Haag-Kastler nets for integrable QFT with bound states (Mathematical Aspects of Quantum Fields and Related Topics)

数理解析研究所講究録
第2010巻 2016年 24-32

Towards Haag-Kastler nets for integrable QFT with bound states

Yoh Tanimoto
e-mail: hoyt@ms.u-tokyo.ac.jp
Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo
3-8-1 Komaba Meguro-ku Tokyo 153-8914, Japan.
JSPS SPD postdoctoral fellow

概要

Several novel models of two-dimensional quantum field theory have been recently constructed in the operator-algebraic approach, the Haag-Kastler axioms. We review the approach, these constructions and our recent partial results.

1 はじめに

この稿で扱うのは相対論的な場の量子論である。非相対論的場の量子論の数学的な研究では、自由場を導入した後、それに相互作用項を付け加えて、さらに紫外切断や赤外切断を入れた Hamiltonian を解析したり、切断をどうはずすかということを議論したりするのがよくある研究テーマである。相対論的場の量子論では、Poincaré 不変性が要請されるため、勝手な相互作用を考えたり切断を入れたままにすることはできない。このため、摂動論を越えて例を構成するのが非常に難しい、というのが場の量子論の成立当初からの問題である。

この状況を見て、まず相対論的な量子場が少なくとも一般に満たすべき条件を考え、それから得られる帰結を調べようとしたのが公理的場の量子論と呼ばれる一連の研究である。これらの条件には Wightman の公理系や Osterwalder-Schrader の公理系がある。本稿で扱う Haag-Kastler 公理系もそのような枠組みの一つと言ってよい（これは代数的場の量子論 Algebraic QFT と呼ばれることが多い）。これらの公理系から従う一般的な結論として代表的なのは、CPT 対称性の存在であろう。その他にも、Poincaré 群の表現に適当な条件をつければ、公理系から漸近的な粒子描像を導くことができ、散乱行列（S 行列）を定義することもできる。[1]

一方で、これらの公理系を満たす例を作る研究は構成的場の量子論と呼ばれている。時空の次元 d がいくつであっても自由場と呼ばれる相互作用をしない例が存在することは当初から知られていたが、相互作用をする例は $d=2,3$ でしか見つかっていない。[Sum12]

[1] Poincaré 群の規約表現という意味での粒子が存在するか、という問題は、量子電磁力学のような質量 0 の粒子（光子）があるモデルでは明らかではなく、現在でも研究の対象である。[BR14, AD15]

特に、現実的な時空の次元である $d=4$ では興味のある例が見つかっていないということは構成的場の量子論の最大の未解決問題である。

近年になって、Haag-Kastler 公理系で $d=2$ の相互作用をする新しい例が構成された。ここで使われた手法は構成的場の量子論とはまったく異なるもので、実際、作用素環の冨田竹崎理論が重要な役割を果たす。これらの例では、S 行列が完全に計算でき、因子分解によって 2 粒子の S 行列に帰着される。このことから、可積分型と呼ばれる特殊な場の量子論に対応していると考えられる。ただし、これらの例のほとんどで、対応する Wightman 公理系の例が存在するかどうかは未解決である。

本稿では、この作用素環的手法と例の構成、および近年の発展を概観する。より詳しい概説として、[Lec15] がある。

2 Haag-Kastler 公理系

Hilbert 空間 $\mathcal{H}$ 上の有界線形作用素全体のなす $*$-代数を $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ と書く。この $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ の $*$-部分環で、様々な位相で閉じているものを作用素環と呼ぶ。作用素環論での研究対象には主にノルム位相で閉じている C^*-環と、弱作用素位相で閉じている von Neumann 環の 2 つがあるが、本稿で重要な役割を果たすのは von Neumann 環である。これは、弱作用素位相はノルム位相に比べて弱いため、同じ作用素の集合が生成する閉じた環は von Neumann 環の方が大きくなるからである。後で述べるように、できるだけ大きな環をとる、というところが近年の作用素環的な場の量子論の構成法の中心的なアイデアである。

Haag-Kaslter ネットとは、時空 $\mathbb{R}^d$ の開領域 $\{O\}$ に対応する作用素環の族 $\{\mathcal{A}(O)\}$ と、強連続な Poincaré 群の表現 U および真空ベクトルと呼ばれるベクトル Ω の組であって、以下の条件（Haag-Kastler 公理系）を満たすものである。

(1) **(単調性)** $O_1 \subset O_2$ ならば、$\mathcal{A}(O_1) \subset \mathcal{A}(O_2)$。

(2) **(局所性)** O_1 と O_2 が空間的に離れているなら、$\mathcal{A}(O_1)$ と $\mathcal{A}(O_2)$ は交換する。

(3) **(共変性)** Poincaré 群の元 g に対して、$U(g)\mathcal{A}(O)U(g)^* = \mathcal{A}(gO)$。

(4) **(正エネルギー条件)** U を並進対称群 $\mathbb{R}^d$ に制限したとき、その joint spectrum が未来光円錐 V_+ に含まれている。

(5) **(真空ベクトル)** Poincaré 群の元 g に対して $U(g)\Omega = \Omega$ となり、$\overline{\bigcup_{O\subset\mathbb{R}^d}\mathcal{A}(O)\Omega} = \mathcal{H}$ が成り立つ。

それぞれの von Neumann 環 $\mathcal{A}(O)$ は、時空領域 O で測定できる物理量のなす環と考えれば、これらの条件は自然に理解できる。例えば、単調性は、大きな領域ではより多くの物理量が測定できると言っているのであり、局所性は、空間的に離れた測定は互いに影響を及ぼさないという Einstein の因果律を意味している。

もし Wightman 公理系を満たす作用素値汎関数 ϕ があったとすると、これから Haag-Kastler ネットは $\mathcal{A}(O) := \{e^{i\phi(f)} : \mathrm{supp} f \subset O\}''$ として構成することができる（M' は M の元と交換するすべての有界作用素の集合であり、自動的に von Neumann 環になる。M'' は M を含む最小の von Neumann 環である）。ただし、局所性は Wightman の意味での局所性よりは強い条件であり、これを満たすためには例えば ϕ に対して linear energy bound を仮定する必要がある。逆に、 Haag-Kastler 公理系を満たすネットが与えられた時に、これから Wightman 場を構成できるかどうかは、いろいろな部分的な結果はあるものの、一般には未解決である。私は、本稿で議論する新しいモデルが反例を与えるかもしれないと期待している。

3 楔形領域の物理量

ひとたび公理が与えられたら、重要な問題はもちろんその例を構成することである。しかし、場の量子論の公理は、無限個の作用素や作用素環に関するものであり、簡単に作れるものではない。抽象群の公理など比較すればその違いは明らかであろう。 Haag-Kastler 公理系で言えば、$\mathcal{A}(O)$ は O が空間的に離れているときには交換するが、そうではないときは交換するとは限らない、などといった複雑な条件が課されている。[2] このような条件を満たすのは簡単でないので、構成的場の量子論では、自由場から出発してそのあと相互作用を局所的に入れたり、もしくは時空を格子に分割して量子力学の問題を考えた後連続極限をとる、などといった方法が用いられたのであった。

近年発展した 2 次元 Haag-Kastler ネットの構成では、単調性と局所性の関係が重要な役割を果たす。単調性はより大きな時空領域はより多くの物理量を含む、と言っている。これは自明なようだが、大きな時空領域には、上で述べたような複雑な量子場だけでなく、簡単に表せる物理量も含まれている可能性があり、より大きい時空領域を考えることが便利であることを示している。とは言っても、時空全体 $\mathbb{R}^d$ を考えたのでは、局所性や共変性などの情報が失われてしまい、役に立たない。ある領域と、それから空間的に離れた点の集合のどちらも十分大きいということを要請すれば、以下の楔形領域 (wedge) と呼ばれる領域をとるのが一つの考え方である。

$$W_{\mathrm{R}} = \{(a_0, a_1) : a_1 > |a_0|\}.$$

実際、これの空間的補集合 (spacelike complement, 空間的に離れた点の集合) は $W_{\mathrm{L}} = \{(a_0, a_1) : -a_1 > |a_0|\}$ であり、これもまた（反転した）楔形領域になっている。

2 次元時空では、どんな二重円錐 (double cone) も 2 つの楔形領域の共通部分として表すことができる。

$$D_{a,b} = (W_{\mathrm{L}} + a) \cap (W_{\mathrm{R}} + b).$$

これを使って、 2 次元の Haag-Kastler ネットを構成する戦略を以下のようにまとめることができる。

(a) まず Hilbert 空間 $\mathcal{H}$ と時空の対称性の表現 U、真空状態ベクトル Ω で、正エネルギー条件 (4) と $U(g)\Omega = \Omega$ を満たすものを固定する。ある von Neumann 環 $\mathcal{M}$ をとる。これは、楔形領域で測定できる物理量から生成される von Neumann 環になるべきものであり、以下の性質を満たす必要がある。 Ω は $\mathcal{M}$ と $\mathcal{M}'$ に対して巡回的でなくてはならない（これは局所性と Reeh-Schlieder property からの要請と考えればよい）。[3] さらに、$a \in W_{\mathrm{R}}$ に対して、 $U(a,0)\mathcal{M}U(a,0)^* \subset \mathcal{M}$ が成り立つ必要がある（これは楔形領域に対する共変性である）。

[2] すべての $\mathcal{A}(O)$ が交換するような場合は自明な 1 次元の Hilbert 空間に分解されてしまい、興味のあるモデルにはならない。

[3] Ω が $\mathcal{M}$ に対して巡回的であるとは、$\overline{\mathcal{M}\Omega} = \mathcal{H}$ が成り立つことである。

(b) 二重円錐の von Neumann 環を楔形領域の von Neumann 環の共通部分として定義する。

$$\mathcal{A}(D_{a,b}) = (U(a,0)\mathcal{M}U(a,0)^*) \cap (U(b,0)\mathcal{M}U(b,0)^*).$$

(c) 任意の領域の von Neumann 環は、それに含まれる二重円錐の von Neumann 環から生成される。

$$\mathcal{A}(O) = \left(\bigcup_{D_{a,b} \subset O} \mathcal{A}(D_{a,b}) \right)''.$$

このようにすると、Haag-Kastler 公理系の (1)–(4) は簡単に示すことができる。

(5) のうち、$\overline{\bigcup_{O \subset \mathbb{R}^d} \mathcal{A}(O)\Omega} = \mathcal{H}$ は簡単ではないが、これを保証する十分条件はある。これは modular nuclearity [BL04] と呼ばれているものである。von Neumann 環 $\mathcal{M}$ と、$\mathcal{M}$ と $\mathcal{M}'$ に対して巡回的なベクトル Ω が与えられたとき、次の写像はうまく定義でき、可閉である。

$$S_\Omega : \mathcal{M}\Omega \ni x\Omega \longmapsto x^*\Omega.$$

よって、極分解 $S_\Omega = J\Delta^{\frac{1}{2}}$ をとることができる。これについて、以下が成り立つ。

$$\Delta^{it}\mathcal{M}\Delta^{-it} = \mathcal{M}, \qquad J\mathcal{M}J = \mathcal{M}'.$$

これはまったく純粋に作用素環的な性質であるが、場の量子論の文脈で $\mathcal{M} = \mathcal{A}(W_\mathrm{R}), \Omega$ を真空ベクトルとして考えると、多くの場合で Δ^{it} が Lorentz boost になることが知られている (Bisognano-Wichmann property) 。この Δ と $a \in W_\mathrm{R}$ を使って、次の写像を考える。

$$\mathcal{M} \ni x \longmapsto \Delta^{\frac{1}{4}}U(a,0)x\Omega \in \mathcal{H}.$$

これは 2 つの Banach 空間の間の写像であるが、これが核型である場合、共通部分 $\mathcal{M} \cap U(a,0)\mathcal{M}U(a,0)^*$ が十分大きいことが示される。[Lec08] これを十分大きな $a \in W_\mathrm{R}$ に要求するのが modular nuclearity である。

まとめると、Modular nuclearirty から (5) は従う。さらに、Bisognano-Wichmann property から、 Δ は具体的な Lorentz boost の解析接続であって、核型であることを示すことができる場合がある。これを実行したのが、次の節で詳しく紹介する [Lec08] であった。(5) にはさらに弱い十分条件もあり、これを使うと、いくつかのよい条件を満たす Haag-Kastler ネットから新しいネットを構成することもできる。[Tan14].

この戦略は 3 次元時空以上ではうまく行かないが、楔形領域を先に考える、というアイデア自体は de Sitter 時空上でも適用することができ、高次元に発展させることができるのではないかと期待されている。[BJM13]

4 可積分系

古典的な Lagrangian で書かれる場の量子論の中には、可積分であると言われるものがある。量子系の可積分性について統一的な定義はないと思われるが、よくある議論は次のようなものである。まず、Lagrangian がある古典系で、十分多くの保存量がある場合を考える。これらが量子化した後でも保存すると仮定する。これらの保存量が Hamiltonian

や空間並進と交換することから、散乱過程の前後で粒子数が保存されることが導かれ、さらに N 粒子の散乱過程は 2 粒子の散乱過程に帰着される。よって、 2 粒子の S 行列のみを考えればよく、これはさらに元の Lagrangian の対称性や粒子のスペクトルによって決まる、などというものである（実際には S 行列はこのような議論では完全には決まらず、CDD 因子と呼ばれる因子をかける余地がある)。このような意味での可積分性が予想されているモデルとしては sine-Gordon モデル、 affine Toda field theory、Gross-Neveu モデルなどがある。

しかし、sine-Gordon モデル [FS76] や Gross-Neveu モデル [FMRS86] は構成的場の量子論で Osterwalder-Schrader 公理系を満たすように構成されてはいるが、上のような議論で可積分性を示すことは今のところできていない。私の知る限り、S 行列が 2 粒子の散乱過程に分解されることが証明されているのは Ising モデルのスケール極限 と Federbush モデル [Rui83] のみであり、証明は保存量を使った議論ではない。

よって、物理的に予想される S 行列を考え、それを持つ場の量子論を構成する、と言うのは興味のある問題である。これを、上で説明したような作用素環的な手法によって、一番簡単なクラスの S 行列に対して実行したのが Lechner の結果 [Lec08] である。以下でこれを概観する。

もっとも簡単な可積分な場の量子論は、 1 種類だけのスカラー粒子を記述するものである。可積分性によって 2 粒子からは 2 粒子への散乱振幅のみがあるとすると、さらに全エネルギー、全運動量の保存によって、それぞれの粒子の運動量が保存することがわかる。よって、漸近的な 2 粒子状態を考えれば、 2 粒子散乱行列の作用として可能なのは、位相をかけることだけである。さらに、相対論的不変性から、この位相は 2 つの粒子の rapidity の差にだけ依存する。これを $S(\theta)$ と書くことにしよう。 $S(\theta)$ はさらに様々な性質を満たすべきであることが議論できる。ここでは逆に、そのような性質を持つ $S(\theta)$ が与えられたときに、それを 2 粒子散乱行列として持つ場の量子論を作ることを目指すのである。

以下では、$S(\theta)$ は $\mathbb{R}+i(0,\pi)$ の上の解析関数であって、

$$S(\theta)^{-1}=\overline{S(\theta)}=S(-\theta)=S(\theta+i\pi), \qquad \theta\in\mathbb{R}$$

を満たすものとする。この $S(\theta)$ を用いて、以下のように Hilbert 空間を構成する。 1 粒子空間は $\mathcal{H}_1=L^2(\mathbb{R},d\theta)$ である。 n 粒子空間 $\mathcal{H}_n$ は n 変数関数の空間 $\mathcal{H}_1^{\otimes n}$ の部分空間であって、以下の意味で S 対称性を持つものとする。

$$\Psi_n(\theta_1,\cdots,\theta_n)=S(\theta_{k+1}-\theta_k)\Psi_n(\theta_1,\cdots,\theta_{k+1},\theta_k,\cdots,\theta_n).$$

全体の Hilbert 空間は S 対称な Fock 空間 $\mathcal{H}=\bigoplus_n\mathcal{H}_n$ であり、真空ベクトル Ω は $\mathcal{H}_0=\mathbb{C}$ の元である。ここには、普通の対称 Fock 空間と同様に生成消滅作用素 $z,z^\dagger$ を定義することができる。ただし、対称 Fock 空間と違い右からの作用と左からの作用が異なるので注意しなければならない。以下では、左からの作用での消滅作用素を z と書く。

$$(z(\psi)\Psi)(\theta_1,\cdots,\theta_n)=\sqrt{n+1}\int d\theta\,\overline{\psi(\theta)}\Psi_{n+1}(\theta,\theta_1,\cdots,\theta_n).$$

ここから、自由場に似た作用素を定義することができる。試験関数 f に対して、

$$\phi(f):=z^\dagger(f^+)+z(f^+),\ \ f^+(\theta):=\int d^2a\,e^{ip(\theta)\cdot a}f(a),\ \ p(\theta)=(m\cosh\theta,m\sinh\theta),$$

ただし、$m>0$ は粒子の質量である。さらに、CPT（になるべき）作用素 J を以下で定義する。

$$J_0\Omega=0,\quad (J_1\Psi_1)(\theta)=\overline{\Psi_1(\theta)},\quad (J_n\Psi_n)(\theta_1,\cdots,\theta_n)=\overline{\Psi_n(\theta_n,\cdots,\theta_1)},\quad J=\bigoplus J_n$$

まず、次が示せる。[Lec03]

定理 4.1 (Lechner). f,g が $W_{\rm L}$ に台を持つ試験関数ならば、$\phi(f)$ と $J\phi(g)J$ は強可換する。

$\phi(f)$ も $J\phi(g)J$ も具体的に与えられた作用素なので、これが弱い意味で交換することを示すのは直接計算すればよい。強可換性は Hamiltonian による評価や真空ベクトル Ω への作用の評価などから従う。

通常の対称 Fock 空間と同様、$\mathcal{H}$ の上に Poincaré 群の自然な作用 U を構成することができる。ここで、

$$\mathcal{M}:=\{e^{iJ\phi(f)J}:{\rm supp}f\subset W_{\rm L}\}''$$

とすれば、三つ組 $(\mathcal{M},U,\Omega)$ は上の条件 (a) を満たすことがわかる。ここからは、S がよい関数ならば、上で説明したようにネットの構成まで行うことができる。[Lec08, Ala14]

定理 4.2 (Lechner, Alazzawi). *もし S がさらにある種の正則性を満たせば、一定以上大きな $a\in W_{\rm R}$ に対して modular nuclearity を示すことができる。よって、上のようにして構成されるネット $\mathcal{A}$ について、O が十分大きな二重円錐なら、$\mathcal{A}(O)$ は非自明であり、(5) を満たす。$\mathcal{A}$ は漸近的に完全で、2粒子散乱行列は S で与えられる。*

こうして、Wightman 場を経由せずに相互作用をする Haag-Kastler ネットが構成された。さまざまな S のうち、もっとも単純なものは sinh-Gordon モデルに対応すると考えられているが、Lagrangian からの構成は今のところなされておらず、比較はできていない。この定理の条件を満たす S は他にもたくさんあるので、この方法で統一的に場の量子論の大きな族が構成されたわけである。

Modular nuclearity は十分条件であるが必要ではないので、任意の O について $\mathcal{A}(O)$ が自明でないかどうかは未解決である。小さな O について $\mathcal{A}(O)$ が自明であったとしたら、それは対応する Wightman 場が存在しないか、しても linear energy bound を満たさないということなので、興味深いことになるが、そうなるべきであるということを支持する証拠は今のところない。

5 束縛状態のあるモデル

前節で構成したモデルはどのように一般化する方向は、大雑把に 2つある。ひとつは、1粒子空間を $L^2(\mathbb{R})$ から、直和 $L^2(\mathbb{R})^{\oplus K}$ にすることである。ここでは 2粒子S行列は $K^2\times K^2$ 行列値の関数になる。S 対称 Fock 空間を定義するためには S は上の条件の一般化の他に、Yang-Baxter 方程式を満たさなくてはならない。そのようなモデルの例としては、$O(N)$-σ モデルがある。ここでは三つ組 $(\mathcal{M},U,\Omega)$ の構成まではうまく行く [LS14] のだが、modular nuclearity の証明に困難がある。[Ala14]

もうひとつの方向としては、S が極を持つ場合を考えることである。上の $\phi(f)$ と $J\phi(g)J$ の (弱) 可換性の証明では、S が $\mathbb{R}+i(0,\pi)$ で解析的であることが本質的である。

[Lec03] 一方、 S が極を持つ場合、交換子 $[\phi(f), J\phi(g)J]$ に S の留数が現れ、交換しない。S行列の極は量子力学では束縛状態に対応していることが知られており、場の量子論でも S が極を持つモデルはより複雑な散乱過程を表していると考えられる。

もっとも簡単な、 S がスカラーの場合を考えよう。 S の極が束縛状態の質量に対応することから、極は $\frac{\pi i}{3}, \frac{2\pi i}{3}$ 以外にはないと仮定してよい。さらに、束縛状態の散乱振幅はもともとの粒子の解析接続になっているべきであるので、次の bootstrap equation と呼ばれる性質を仮定する。[4]

$$S(\theta) = S\left(\theta + \frac{\pi i}{3}\right) S\left(\theta - \frac{\pi i}{3}\right).$$

ここから、上と同様に S 対称 Fock 空間とその上の作用素を定義する。上で使った $\phi(f)$ 自体は楔形領域の物理量と考えることはできないので、これを修正することを考える。このため、次の作用素 $\chi(f) = \bigoplus_n \chi_n(f)$ を導入する。

$$(\chi_1(f)\Psi_1) = \sqrt{2\pi|R|}f^+\left(\theta + \frac{\pi i}{3}\right)\Psi_1\left(\theta - \frac{\pi i}{3}\right), \quad \chi_n(f) = nP_n(\chi_1(f) \otimes \mathbb{1} \otimes \cdots \otimes \mathbb{1})P_n,$$

ここで P_n は $\mathcal{H}_1^{\otimes n}$ から $\mathcal{H}_n$ への直交射影である。明らかに $\chi_1(f)$ は非有界であるので、適当な定義域を考える必要がある。もっとも単純に、 Hardy 空間 $H^2(\mathbb{R} + i(-\frac{\pi}{3}, 0))$ の上で考えよう。上の定義を使って、 $\chi_n(f)$ と $\chi(f) = \bigoplus \chi_n(f)$ の定義域もこれから定まる。作用素 $\widetilde{\phi}(f) = \phi(f) + \chi(f)$ を導入すると、以下が示せる。[CT15]

定理 5.1 (Cadamuro-T.). f と g が W_{L} に台を持つ試験関数とする。このとき、 $\widetilde{\phi}(f)$ と $J\widetilde{\phi}(g)J$ は弱交換する。すなわち、

$$\langle\widetilde{\phi}(f)\Phi, J\widetilde{\phi}(g)J\Psi\rangle = \langle J\widetilde{\phi}(g)J\Phi, \widetilde{\phi}(f)\Psi\rangle$$

が $\Phi, \Psi \in \mathrm{Dom}(\widetilde{\phi}(f)) \cap \mathrm{Dom}(J\widetilde{\phi}(g)J)$ に対して成り立つ。

もちろん、弱交換性は強交換性を導かないので、後者を示す必要があるが、そもそも上の定義域では $\chi_1(f)$ が自己共役にならないことがわかる [Tan15] ので、適当な拡張をとる必要がある。そのような拡張をとり、 さらに $\chi(f) + J\chi(g)J$ が自己共役であると仮定すると（これは現在未解決である)、$\widetilde{\phi}(f)$ と $J\widetilde{\phi}(g)J$ の強可換性は従う。[Tan16] ここから、modular nuclearity の証明も修正が必要であるが、これは解決可能であると私は考えている。よって、強可換性が示されれば、 Haag-Kastler ネットの構成は完了する。 $\chi(f)$ 及び $\chi(f) + J\chi(g)J$ の自己共役性は現在のところ 2 粒子成分まで示されている。この証明が非自明であることは束縛状態の存在と関係があると考えられる。

当然、 S 行列が多成分かつ極を持つ場合も考慮することができる。その中で単純な場合は S 行列が対角と呼ばれる場合で、 A_N-affine Toda field theory が含まれる。この場合は上の $\chi(f)$ と似た項を使うことができ、弱可換性を得られる。[CT16a] Sine-Gordon モデルは S 行列が非可換であるが、同様の結果が得られている。[CT16b]

[4]正確に言うと、これらの性質を仮定すると、以下のように Haag-Kastler ネットを構成する目処が立つということである。極の位置が違う場合は、 Hilbert 空間に束縛状態に対応する粒子を追加する必要がある。[CT16a]

謝辞

この研究は特別研究員奨励費 25-205 (研究課題番号：13J00205) の助成を受けたものである。

参考文献

[AD15] Sabina Alazzawi and Wojciech Dybalski. Compton scattering in the Buchholz-Roberts framework of relativistic QED. 2015. available at `http://arxiv.org/abs/1509.03997`.

[Ala14] Sabina Alazzawi. Deformations of quantum field theories and the construction of interacting models. 2014. Ph.D. thesis, Universität Wien, available at `http://arxiv.org/abs/1503.00897`.

[BJM13] João C. A. Barata, Christian Jäkel, and Jens Mund. The $(\varphi)_2$ model on the de sitter space. 2013. available at `http://arxiv.org/abs/1311.2905`.

[BL04] Detlev Buchholz and Gandalf Lechner. Modular nuclearity and localization. *Ann. Henri Poincaré*, 5(6):1065–1080, 2004. available at `http://arxiv.org/abs/math-ph/0402072`.

[BR14] Detlev Buchholz and John E. Roberts. New light on infrared problems: sectors, statistics, symmetries and spectrum. *Comm. Math. Phys.*, 330(3):935–972, 2014. available at `http://arxiv.org/abs/1304.2794`.

[CT15] Daniela Cadamuro and Yoh Tanimoto. Wedge-Local Fields in Integrable Models with Bound States. *Comm. Math. Phys.*, 340(2):661–697, 2015. available at `http://arxiv.org/abs/1502.01313`.

[CT16a] Daniela Cadamuro and Yoh Tanimoto. Wedge-local fields in integrable models with bound states II. diagonal S-matrix. 2016. available at `http://arxiv.org/abs/1601.07092`.

[CT16b] Daniela Cadamuro and Yoh Tanimoto. Wedge-local fields in the sine-Gordon model. 2016. Work in progress.

[FMRS86] Joel Feldman, J. Magnen, V. Rivasseau, and R. Sénéor. A renormalizable field theory: the massive Gross-Neveu model in two dimensions. *Comm. Math. Phys.*, 103(1):67–103, 1986. available at `http://projecteuclid.org/euclid.cmp/1104114625`.

[FS76] Jürg Fröhlich and Erhard Seiler. The massive Thirring-Schwinger model (QED2): convergence of perturbation theory and particle structure. *Helv. Phys. Acta*, 49(6):889–924, 1976. available at `http://dx.doi.org/10.5169/seals-114796`.

[Lec03] Gandalf Lechner. Polarization-free quantum fields and interaction. *Lett. Math. Phys.*, 64(2):137–154, 2003. available at `http://arxiv.org/abs/hep-th/0303062`.

[Lec08] Gandalf Lechner. Construction of quantum field theories with factorizing S-matrices. *Comm. Math. Phys.*, 277(3):821–860, 2008. available at `http://arxiv.org/abs/math-ph/0601022`.

[Lec15] Gandalf Lechner. Algebraic constructive quantum field theory: Integrable models and deformation techniques. 2015. available at `http://arXiv.org/abs/1503.03822`.

[LS14] Gandalf Lechner and Christian Schützenhofer. Towards an operator-algebraic construction of integrable global gauge theories. *Ann. Henri Poincaré*, 15(4):645–678, 2014. available at `http://arxiv.org/abs/1208.2366`.

[Rui83] S. N. M. Ruijsenaars. The Wightman axioms for the fermionic Federbush model. *Comm. Math. Phys.*, 87(2):181–228, 1982/83. available at `http://projecteuclid.org/euclid.cmp/1103921975`.

[Sum12] Stephen J. Summers. *A perspective on constructive quantum field theory.* Eolss Publishers, Oxford, 2012. available at `http://arXiv.org/abs/1203.3991`.

[Tan14] Yoh Tanimoto. Construction of two-dimensional quantum field models through Longo-Witten endomorphisms. *Forum Math. Sigma*, 2:e7, 31, 2014. available at `http://arxiv.org/abs/1301.6090`.

[Tan15] Yoh Tanimoto. Self-adjointness of bound state operators in integrable quantum field theory. 2015. available at `http://arxiv.org/abs/1508.06402`.

[Tan16] Yoh Tanimoto. Bound state operators and locality in integrable quantum field theory. 2016. available at `http://arxiv.org/abs/1602.04696`.